

АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ
«ФИЗТЕХ-ЛИЦЕЙ» ИМ. П. Л. КАПИЦЫ

НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«Старт в инновации»

Влияние изменения коэффициента трения на предметы

Авторы:

Ражабов Владислав

7А

Руководители:

Ким Зыонг Куокович, студент МФТИ(НИУ)

г. Долгопрудный, МО

2020

1

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Создание модели	4
Сравнение модели с начальным вариантом	6
Траектории движения центра масс	8
Сравнение теории и практики	10
Заключение	11
Список используемой литературы	12
Приложение	13

ВВЕДЕНИЕ

Игрушечные машинки на треке и виды существующего трения.

Все мы неоднократно видели игрушечные треки с гоночными машинками, которыми желал обладать каждый мальчик. У меня дома стоит такой набор. Из него можно сделать дорожку любого вида и формы, чем я однажды и занимался в свободное время. Сконструировав гоночный трамплин в форме полукруга, я запускал машинку. В голове у меня возник вопрос: «Можно ли закрепить машинку на определенной высоте так, чтоб она не могла сдвинуться с места?». После этого я начал изучать литературу о том, почему тела вообще перемещаются и какой параметр на это влияет. Оказалось, что сила трения, возникающая при соприкосновении двух объектов, регулирует движение их друг относительно друга.

Самые первые начальные исследования о силе трения проводились еще в конце XV века Леонардо да Винчи. Все мы, начиная с седьмого класса, знаем о законе трения, который открыли французские ученые Гийом Амонтон и Шарль Кулон:

$$F_{\text{трения}} = \mu N$$

где μ – коэффициент трения между поверхностями, N – сила реакции опоры.

За счет силы трения и этого закона работает множество механизмов в жизни и науке, например, вращение обычных зубчатых шестеренок, колебание струн скрипки или же сцепление колеса с дорогой в гололед. Но что такое сила трения и какова ее природа? Сила трения появляется за счет деформации тел и соприкосновения их друг с другом. Она зависит, в основном, от характеристик соприкасающихся поверхностей, но это не единственный критерий.

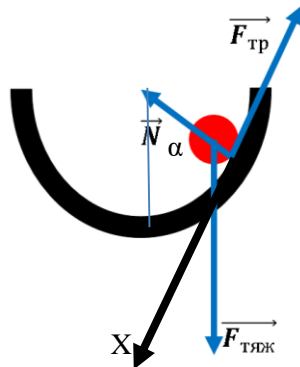
Существует деление силы трения на три типа:

- Сила трения покоя (она возникает при отсутствии движения тел)
- Сила трения скольжения (она возникает при движении тел)
- Сила трения покоя (она возникает при качении одного тела по другому)

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Описание сил, действующих на тело, находящееся на круговой траектории. Модель движения тела при различных начальных условиях. Влияние силы трения на возникающие колебания.

Рассмотрим траекторию движения машинки по полуокружности. Для упрощения модели заменим машинку на маленький резиновый шарик. Расставим силы, действующие на тело в некоторый момент времени:



$F_{\text{тяж}}$ – сила тяжести, направленная вертикально вниз, N – сила реакции опоры, направленная перпендикулярно касательной в точке касания шара и полуокружности, $F_{\text{тр}}$ – сила трения скольжения, направленная по касательной в точке касания шара и полуокружности. Сила трения всегда направлена в противоположную сторону от предполагаемого движения тела, и, в зависимости от направления движения шара (поднимается вверх или опускается вниз), сила трения направлена в разные стороны.

Запишем второй закон Ньютона для этой системы:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тяж}} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$$

Обозначим за угол отклонения от вертикали угол α .

Заметим аналогию с математическим маятником – движение происходит по полуокружности (при угле отклонения от вертикали меньшем, чем 45 градусов). В нашем случае, в качестве силы сопротивления и причины потери энергии выступает сила трения.

Рассмотрим тогда полуокружность радиуса R , по которой катится шарик массы m . Тогда запишем второй закон Ньютона в проекции на ось Ox :

$$ma = -F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha$$

Вспомним о том, что $a = \ddot{\alpha}$ (скорость изменения скорости изменения угла отклонения от вертикали).

Тогда запишем чуть в другом виде:

$$m\ddot{\alpha} + F_{\text{тр}} - mg \sin(\alpha) = 0$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$N = F_T \cdot \sin(\alpha)$$

Итоговый вид уравнения колебаний:

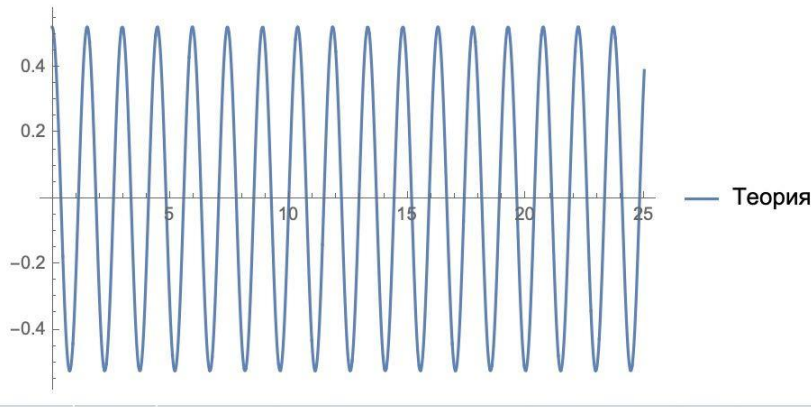
$$\ddot{\alpha} + g \sin(\alpha) \cdot (\mu - 1) = 0$$

Как мы видим, колебания зависят от коэффициента трения между поверхностями шарика и трека. Осталось поставить эксперимент и сравнить теорию с практикой.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ

Метод измерения зависимости времени колебания от времени полной остановки. Анализ данных.

Теоретический график представляет собой растянутую синусоиду, что совершенно не соответствует реальности, ведь в таком случае мячик бы никогда не останавливался в нижней точке, но это неоднократно происходит. Этому есть объяснение – в уравнении траектории движения не было учета изменения силы сопротивления (в нашем случае силы трения) от времени.



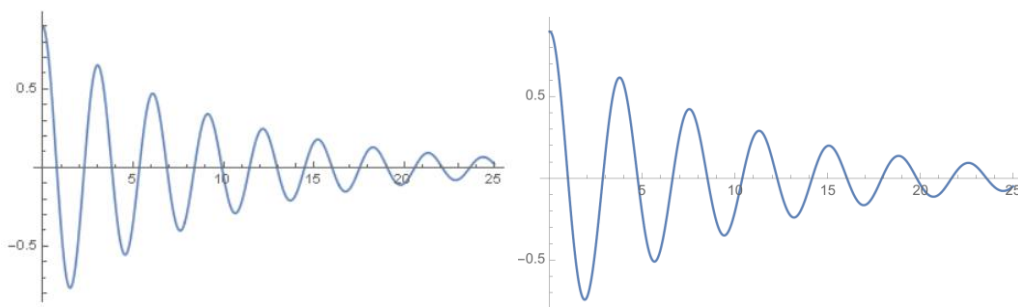
В этот момент стоит обратить внимание на то, что коэффициент трения изменяется в зависимости от скорости движения шарика. Это можно объяснить так: когда тела медленно проезжают друг по другу, то шероховатости и неровности одного попадают на шероховатости другого, как в пазы, но когда скорость большая, то неровности проскакивают друг друга, так и не зацепившись. Добавим в уравнение зависимость коэффициента трения от скорости движения для таких материалов, как резина и пластик (предположим, что зависимость линейна). Решим численно уравнение в программе Wolfram Mathematica.

$$\ddot{\alpha} + g \sin(\alpha) \cdot (\mu(v) - 1) = 0$$

$$v = R\dot{\alpha}$$

$$\ddot{\alpha} + g \sin(\alpha) \cdot (\mu(R\dot{\alpha}) - 1) = 0$$

Для каждого исходных данных снимем график движения по координате OX в программе Tracker и воспроизведем траекторию движения. Ниже представлены графики зависимости координаты по оси OX (метры) от времени (секунды).



Из изменений начального коэффициента трения в экспериментах, мы выяснили, что его увеличение приводит к уменьшению амплитуды колебаний и уменьшению времени их

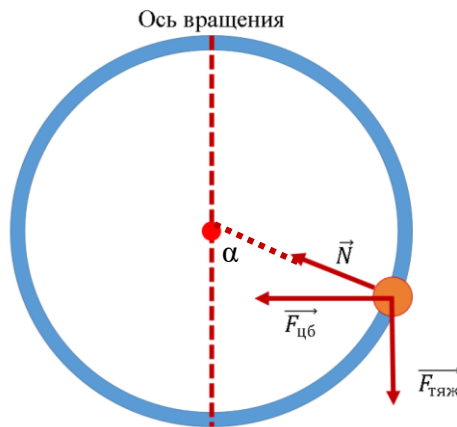
остановки. Но только уменьшения амплитуды недостаточно, потому что сколько бы мы не увеличивали начальный коэффициент трения, все равно это было недостаточно для того, чтобы остановить машинку в определенном месте. Тогда было решено, что нужно внедрять действие еще одной силы, но на предмет на треке она не должна явно действовать (очевидно, что если мы приклеим машинку к трассе, то она не сможет сдвинуться с места). Выход был найден в раскручивании самого трека.

ОПИСАНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПРЕДМЕТА ПРИ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ТРАЕКТОРИИ.

Объяснение остановки предмета на определенной высоте.

Для модели заменим машинку на шарик, а трек на кольцо круглой формы. Наденем шарик на кольцо для того, чтобы избежать влияние трения качения, которое существует при соприкосновении вращающегося тела с телом, которое движется поступательно или стоит.

Если закрутить это кольцо, с надетым на него шариком, который может без затруднений перемещаться по окружности, то возникнет центробежная сила, направленная перпендикулярно оси вращения из точки нахождения шарика:



Отсюда можем составить уравнение для II закона Ньютона. Рассмотрим силы, действующие на шарик, в системе отсчета, связанной с землей: сила тяжести и сила реакции опоры, направленная к центру окружности:

$$m\vec{a}_{цб} = \vec{F}_{тяж} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}$$

В проекции на ось OX: $ma_{цб} = N \sin(\alpha) - \cos \alpha F_{тр}$

В проекции на ось OY: $mg = N \cos(\alpha) + \sin \alpha F_{тр} \Rightarrow$

$$\begin{aligned} N(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) &= mg \\ N(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) &= ma_{цб} \end{aligned}$$

Выразим из двух уравнений силу реакции опоры, приравняем и сократим на m:

$$\frac{g}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} = \frac{a}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}$$

Перемножим:

$$g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = a_{цб} \cos \alpha + a_{цб} \mu \sin \alpha$$

Сгруппируем:

$$\sin \alpha (g - a_{цб} \mu) = \cos \alpha (\mu g + a_{цб})$$

Отсюда:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{a_{цб} + \mu g}{g - a_{цб} \mu}$$

Вспомним о том, что ускорение можно выразить через угловую скорость и радиус вращения:

$$a = \omega^2 r$$

Радиус вращения можно выразить через общий радиус и угол отклонения от вертикали:

$$r = R \cdot \sin(\alpha)$$

Подставим выражение для ускорения, радиуса и проекцию второго закона Ньютона на ось ОУ в проекцию второго закона Ньютона на ось ОХ:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\omega^2 R \cdot \sin(\alpha) + \mu g}{g - \omega^2 R \cdot \sin(\alpha) \mu}$$

Распишем геометрический смысл тангенса (h – высота подъема шарика) и приравняем к полученному уравнению из вторых законов Ньютона:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{R \sin(\alpha)}{R - h}$$

$$\frac{R \sin(\alpha)}{R - h} = \frac{\omega^2 R \cdot \sin(\alpha) + \mu g}{g - \omega^2 R \cdot \sin(\alpha) \mu}$$

$$\frac{(g - \omega^2 R \sin(\alpha) \mu) R \sin(\alpha)}{\omega^2 R \sin(\alpha) + \mu g} = R - h$$

$$R - \frac{(g - \omega^2 R \sin(\alpha) \mu) R \sin(\alpha)}{\omega^2 R \sin(\alpha) + \mu g} = h$$

Мы получили зависимость высоты подъема от угла отклонения, угловой скорости вращения и радиуса. Осталось разобраться с синусом:

$$\cos \alpha = \frac{R - h}{R}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{R - h}{R}\right)^2}$$

$$R - h = \frac{\left(g - \omega^2 R \mu \sqrt{1 - \left(\frac{R - h}{R}\right)^2}\right) R \sqrt{1 - \left(\frac{R - h}{R}\right)^2}}{\omega^2 R \sqrt{1 - \left(\frac{R - h}{R}\right)^2} + \mu g}$$

Теперь мы имеем зависимость только от радиуса, начального коэффициента трения и угловой

скорости. Изменяя эти параметры для каждой ситуации, мы можем предсказать высоту подъема шарика или любого другого предмета.

ИЗГОТОВЛЕНИЕ МОДЕЛИ

Детали экспериментальной установки. Отслеживание положения центра масс в зависимости от времени

Конструкция состоит из круглого обруча, на который надета бусина. Обруч раскручивается вручную, одновременно с этим ведется съемка для фиксации как угловой скорости вращения обруча в данный момент, так и высоты подъема предмета. Результаты обрабатывались в программе Tracker. С ее помощью можно покадрово смотреть изменение высоты и будут заметны даже малейшие изменения в положении предмета. Решение уравнения было доверено программе Wolfram Mathematica. Для каждого из случаев выставлялись параметры эксперимента, такие как радиус, угловая скорость вращения и начальный коэффициент трения.

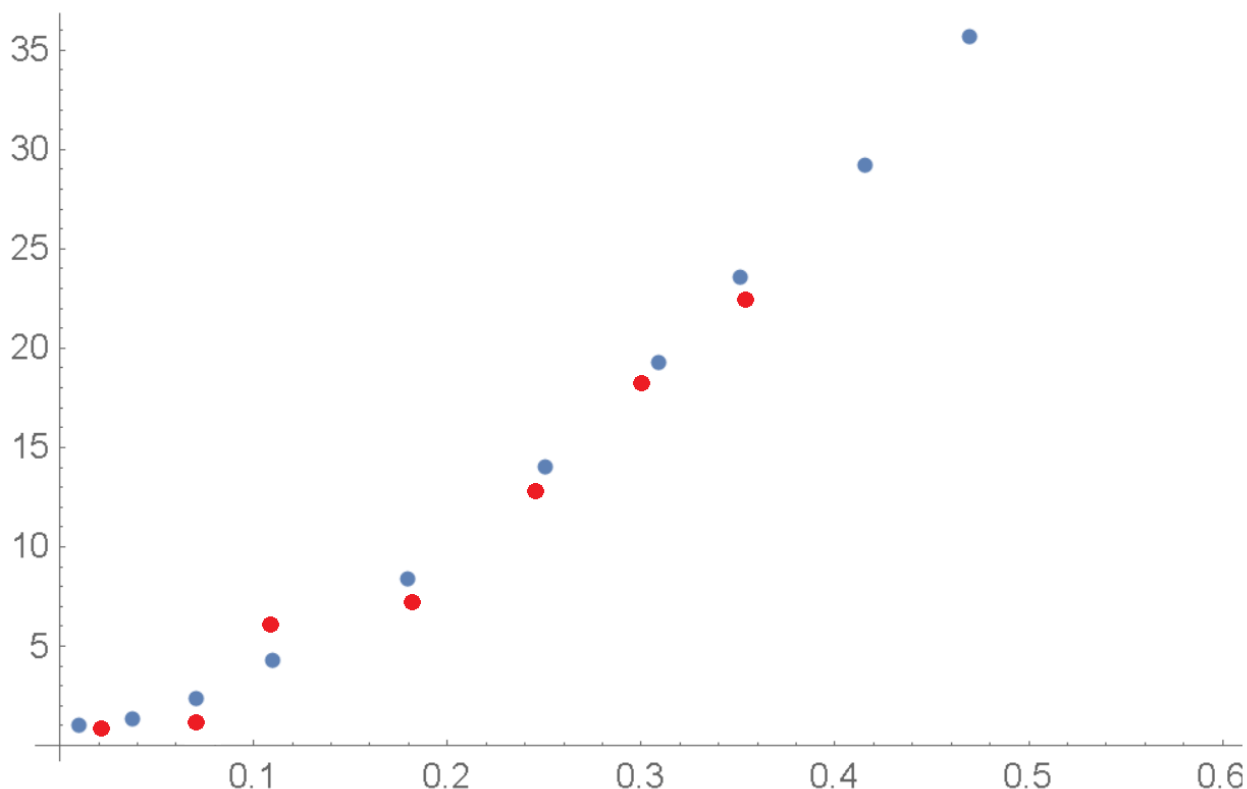


График зависимости высоты подъема (см) от угловой скорости вращения обруча (обороты в секунду). Красное – экспериментальные точки, синее – теория.

Как можно заметить, теория достаточно точно описывает эксперимент, что позволяет сделать вывод о том, что была выявлена зависимость высоты от параметров и получен ответ на поставленный вопрос.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе было изучено трение, начиная с базового закона трения и заканчивая сложной зависимостью коэффициента трения от скорости движения объектов друг относительно друга. Были описаны колебания предмета на круговой траектории с помощью аналогии с математическим маятником. Был получен ответ на поставленный вопрос – как сохранять предмет на одной и той же высоте без прямого воздействия (поддерживания или приклеивания). Ответ оказался довольно прост – во всем виновато вращение, с помощью которого появляется центробежное ускорение. Из второго закона Ньютона мы поняли, что именно такая конфигурация позволит предмету оставаться на определенной высоте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *I.M.Hutchings* // Leonardo da Vinci's studies of friction. *Wear*, 2016, pages 51-66
2. *А.А.Андронов, А.А.Витт, С.З.Хайкин* // Теория колебаний. 3 издание. Москва, 1981
3. *Н.Н.Баутин, Е.А.Леонтович* // Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. Москва, 1976
4. *Ф.М.Диментберг и К.С.Колесников* // Колебания машин, конструкций и их элементов.Справочник “Вибрации в технике”, Москва, 1980, страницы 110-115
5. *А.А.Пухов* // Лекции по колебаниям и волнам: учебное пособие. В двух частях.Часть 1. Колебания. Москва, МФТИ, 2019, 208 страниц
6. *М.И.Рабинович, Д.И.Трубецков* // Введение в теорию колебаний и волн. Москва, 1984
7. *Л.А.Сосновский* // Классический закон (сухого) трения и необходимость его корректировки. *Механика машин, механизмов и материалов*, 2019, страницы 64-76 (2)

