

**Автономная некоммерческая общеобразовательная
организация "Физтех-лицей"**

(АНОО «Физтех-лицей» им. П.Л. Капицы)

XX научно-практическая конференция

«Старт в инновации»

Моделирование межпланетных перелетов

Выполнили:

Беседин Иван,
Максимов Роман,
Морозова Мария,
Руденко Данил,
10 класс

Руководитель:

Храпов С.Е., МФТИ, ФАКИ, 3 курс

Московская область, г. Долгопрудный

2021 г.

Оглавление

Введение.....	2
Цели проекта.....	3
Задачи.....	3
Глобальные переменные.....	4
Задача № 1. Вывод космического аппарата на круговую орбиту Земли	5
Часть 1. Вывод корабля на высоту 100 км.....	5
Часть 2. Перевод аппарата на круговую орбиту Земли	5
Задача № 2. Перелет с орбиты Земли на орбиту Марса	8
Часть 1. Расчет скоростей, необходимых для перелета.....	8
Часть 2. Выбор даты для запуска космического аппарата	10
Задача № 3. Посадка космического аппарата на поверхность Марса	12
Первый способ.....	12
Второй способ.....	14
Вывод	16
Приложение 1	17
Приложение 2	18
Список использованной литературы.....	19

«Жизнь показывает, что и космос будут осваивать не какие-нибудь супермены, а самые простые люди».

(Юрий Гагарин)[1]

Введение

Космическое пространство волнует человечество уже больше сотни лет. Освоение космоса важно не только с научной точки зрения, но и для добычи полезных ископаемых, а так же возможности переселения на другую планету, если жизнь на Земле станет невозможной. Судя по последним новостям, проект освоения космического пространства приносит свои плоды, поэтому нам тоже захотелось сделать свой небольшой вклад в виде данной научной работы. Конечно, выбранная нами модель несовершенна и требует более точной доработки, но некоторые идеи могут быть полезны другим исследователям.

Цели проекта:

Моделирование полета космического аппарата с Земли на Марс.

Задачи:

1. Описать модель и произвести необходимые расчеты для:
 - вывода исследовательского аппарата на орбиту Земли – задача № 1;
 - осуществления перелета с орбиты Земли на орбиту Марса – задача № 2;
 - успешной посадки на поверхность Марса – задача № 3.
2. Предложить способы совершенствования моделирование полета космического аппарата с Земли на Марс.

Глобальные переменные:

R_z - радиус обращения Земли вокруг Солнца, равный 150 млн км,

M_c - масса Солнца, равная $1,9891 \cdot 10^{30}$ кг,

M_z - масса Земли, равная 5.97×10^{24} кг,

M_m - масса Марса, равная 6.42×10^{23} кг,

G - гравитационная постоянная, равна $6,674\ 30(15) \cdot 10^{-11}$ м³·кг⁻¹·с⁻²,

T_z - время обращения Земли вокруг Солнца, равное 31550400 секунд,

R_{z0} - радиус Земли, равный 6370 км,

R_{m0} - радиус Марса, равный 3397 км.

Все остальные переменные считать локальными для каждой из трех задач.

Задача № 1. Вывод космического аппарата на круговую орбиту Земли

Часть 1. Вывод корабля на высоту 100 км

Выведем аппарат на высоту $h = 100$ км, придав ему в начальный момент времени скорость, направленную по радиусу.

Уравнение Мещерского: [4]

$$m_m \frac{dV}{dt} = -U \frac{dm}{dt} - m_m \frac{Gm_m}{r^2} - C_x V, \quad (1)$$

где m_m - масса в определенный момент времени ($m_m = m_0 - \mu t$, где m_0 - начальная масса корабля, t - время полета до этого момента),

$\frac{dV}{dt}$ - мгновенное ускорение,

U - скорость отработанного топлива относительно корабля,

$\frac{dm}{dt} = \mu$ - расход топлива,

G - гравитационная постоянная,

$r = R_{z_0} + h$ - радиус, равный сумме радиуса Земли и достигнутой в данный момент времени высоте подъема,

C_x - обтекаемость,

$V = \frac{dh}{dt} = \frac{dr}{dt}$ - мгновенная скорость.

Зная m_m , U , C_x , которые зависят от модели космического аппарата, из (1) выразим $r(t)$, откуда найдем время подъема.

Часть 2. Перевод аппарата на круговую орбиту Земли

К моменту, когда аппарат достигнет заданной высоты, вектор его скорости будет направлен по касательной к круговой орбите Земли.

По ЗСИ:

$$\vec{L} = const, \text{ где } \vec{L} - \text{момент импульса.}$$

Пусть L_1 - момент импульса в точке старта, L_2 - момент импульса в точке, диаметрально противоположной точке старта на эллипсе, где один из фокусов расположен в центре Земли.

$$mV_1(R_{z_0} + h) = mV_2r, \text{ где}$$

m - масса космического аппарата,

V_1 - скорость в момент старта,

V_2 - скорость в момент попадания в диаметрально противоположную точку,

h - высота, на которую мы уже вывели космический аппарат ($h = 100$ км),

r - искомое расстояние, равное радиусу Земли + 3000 км.

Преобразуя получим:

$$V_1 = V_2 \frac{r}{R_{z0} + h} \quad (2)$$

По ЗСЭ:

$$E_n = E_k, \text{ где}$$

E_n - суммарная начальная энергия,

E_k - суммарная конечная энергия.

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}, \text{ где}$$

E_{p1} - начальная потенциальная энергия,

E_{k1} - начальная кинетическая энергия,

E_{p2} - конечная потенциальная энергия,

E_{k2} - конечная кинетическая энергия.

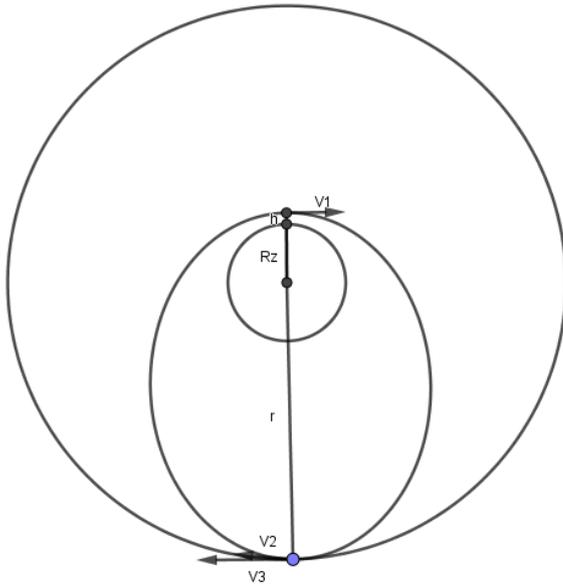
$$-G \frac{M_z m}{R_{z0} + h} + \frac{mV_1^2}{2} = -G \frac{M_z m}{r} + \frac{mV_2^2}{2} \quad (3)$$

Преобразуя и подставляя в (3) формулу (2), получим:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2GM_z r}{(R_{z0} + h)(r + R_{z0} + h)}}, \text{ откуда } V_1 = 8533 \text{ м/с.}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2GM_z (R_{z0} + h)}{r(r + R_{z0} + h)}}, \text{ откуда } V_2 = 5846 \text{ м/с.}$$

V_3 - скорость обращения по круговой орбите Земли с центром в центре Земли и радиусом r .



Из закона движения по окружности:

$$a_n = \frac{V_3^2}{r}, \text{ где}$$

a_n - нормальное ускорение.

По второму закону Ньютона:

$$F_{gr} = ma_n, \text{ где}$$

F_{gr} - сила гравитации.

$$G \frac{M_z m}{r^2} = \frac{m V_3^2}{r}, \text{ преобразуем:}$$

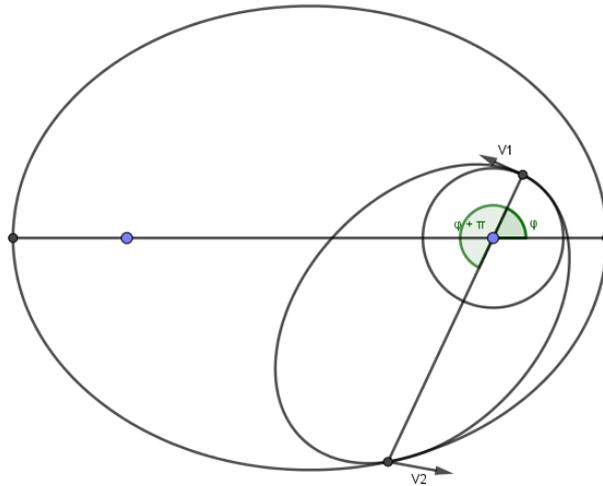
$$V_3 = \sqrt{\frac{GM_z}{r}}, \text{ откуда } V_3 = 6521 \text{ м/с.}$$

Чтобы космический аппарат перешел с эллиптической орбиты на круговую, ему нужно придать скорость ΔV_{23} , направленную по касательной в точке 2.

$$\Delta V_{23} = V_3 - V_2 = 675 \text{ м/с}$$

Задача № 2. Перелет с орбиты Земли на орбиту Марса

Часть 1. Расчет скоростей, необходимых для перелета



По ЗСИ:

$\vec{L} = const$, где \vec{L} - момент импульса.

Пусть L_1 - момент импульса в момент запуска, L_2 - момент импульса в момент попадания на орбиту Марса.

$$L_1 = mR_zV_1$$

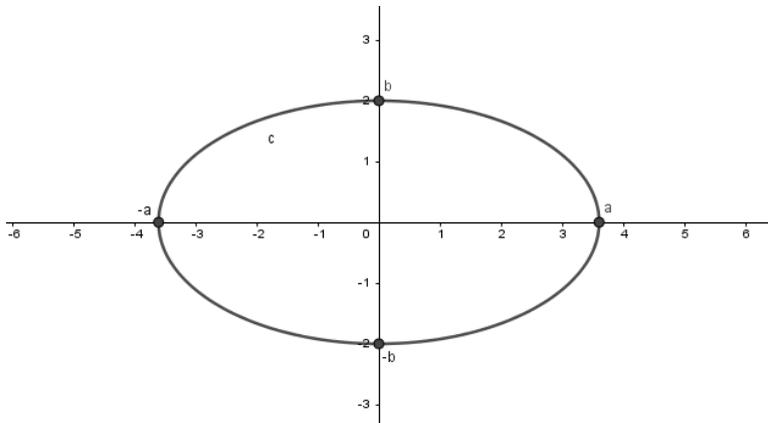
$$L_2 = mR_mV_2, \text{ где}$$

m - масса космического аппарата,

V_1 - скорость в момент запуска,

V_2 - скорость в момент попадания на орбиту Марса,

R_m - радиус обращения Марса вокруг Солнца, для его нахождения рассмотрим эллипс.



a – малая полуось,

b – большая полуось,

e – эксцентриситет (мера отклонения от окружности),

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \quad e \in (0, 1)$$

$$R_e = \frac{a^2(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}, \quad \text{где}$$

θ - угол отклонения от линии, соединяющей фокусы в одном из фокусов. [2]

Значит

$$R_m = \frac{a^2(1 - e^2)}{1 + \cos(\pi + \varphi)} = \frac{a^2(1 - e^2)}{1 - \cos(\varphi)}. \quad (4)$$

Так как $\vec{L} = const$, то $L_1 = L_2$. Значит $mR_z V_1 = mR_m V_2$, следовательно

$$V_2 = V_1 \frac{R_m}{R_z} \quad (5)$$

По ЗСЭ:

$$E_n = E_k,$$

где E_n - суммарная начальная энергия,

E_k - суммарная конечная энергия.

$$E_{vzc1} + E_{vzz1} + E_{kin1} = E_{vzc2} + E_{kin2},$$

где E_{vzc1} - начальная энергия взаимодействия с Солнцем,

E_{vzc2} - конечная энергия взаимодействия с Солнцем,

E_{vzz1} - начальная энергия взаимодействия с Землей,

E_{kin1} - начальная кинетическая энергия,

E_{kin2} - конечная кинетическая энергия.

$$-G \frac{M_c m}{R_z} - G \frac{M_z m}{R_o} + \frac{m V_1^2}{2} = -G \frac{M_c m}{R_m} + \frac{m V_2^2}{2}, \quad (6)$$

Подставим (2) в (3) и преобразуем. Получим:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2G \left(\frac{M_c}{R_z} + \frac{M_z}{R_o} - \frac{M_c}{R_m} \right) R_m^2}{R_m^2 - R_z^2}} \quad (7)$$

В любой момент времени $\vec{V}_a = \vec{V}_{a_z} + \vec{V}_z$, где

\vec{V}_a - вектор скорости космического аппарата,

\vec{V}_{a_z} - вектор скорости космического аппарата относительно Земли,

\vec{V}_z - вектор скорости Земли относительно Солнца.

Так как в момент начала совершения перелета с орбиты Земли на орбиту Марса \vec{V}_{a_z} и \vec{V}_z - сонаправлены, то $V_a = V_{a_z} + V_z$.

Скорость обращения по круговой орбите была выведена в задаче № 1, следовательно

$$V_{a_z} = \sqrt{\frac{GM_z}{R_{z0}}}$$

$$V_z = \sqrt{\frac{GM_c}{R_z}}$$

Следовательно, $\Delta V = V_1 - V_{a0}$, где

ΔV - скорость, которую нужно придать космическому аппарату для перелета,

V_{a0} - скорость аппарата в начале перелета.

Найдем время полета T_p из третьего закона Кеплера:

$$\frac{T_z^2}{T_{2p}^2} = \frac{(R_z + R_m)^3}{R_z^3}, \quad (8)$$

где T_{2p} - удвоенное время полета,

$\frac{(R_z + R_m)}{2}$ - большая полуось эллипса, по которому движется космический аппарат.

Преобразуем формулу (5):

$$T_p = \frac{T_{2p}}{2} = \frac{T_1}{2} \sqrt{\frac{(R_z + R_m)^3}{8R_z^3}}$$

Часть 2. Выбор даты для запуска космического аппарата

Найдем секториальную скорость Марса. По второму закону Кеплера:

$$V_s = \text{const}, \text{ значит } V_s = \frac{S}{T_m}, \text{ где}$$

S - площадь, заметаемая радиус-вектором марса за период обращения Марса вокруг Солнца,

T_m - период обращения Марса вокруг Солнца.

Так как по первому закону Кеплера траектория Марса – эллипс, то

$$S = \pi ab, \text{ где}$$

a - большая полуось,

b - меньшая полуось.

$$V_s = \frac{\pi ab}{T_m} = \frac{\pi a^2(1 - e^2)}{T_m}, \text{ где } e - \text{ эксцентриситет.}$$

$$S_p = T_p V_s = T_p \frac{\pi a(1 - e^2)}{T_m}, \text{ где}$$

S_p - площадь сектора, заметаемого Марсом за время полета аппарата от Земли до Марса,

T_p - время полета аппарата от Земли до Марса.

Разобьем получившийся сектор на сектора с углом $d\gamma$. Тогда площадь такого сектора равна

$$dS = \frac{1}{2} R_m(\gamma) R_m(\gamma + d\gamma) \sin d\gamma \quad (9)$$

Значит

$$S_p = \int_{\alpha}^{\varphi+\pi} \frac{1}{2} R_m(\gamma) R_m(\gamma + d\gamma) d\gamma \approx \sum_{i=0}^N R_m(\gamma + \Delta\gamma i) R_m(\gamma + \Delta\gamma(i+1)) \Delta\gamma, \quad (10)$$

где N - количество секторов с углом $d\gamma$. За время T_p Марс изменит свою угловую координату на $N\Delta\gamma$.

Следовательно, $\alpha = \pi + \phi - N\Delta\gamma$, где α - угловая координата Марса в момент запуска космического аппарата с орбиты Земли, такая, что в момент завершения перелета аппарат попадет на орбиту Марса.

Из открытых источников [3] возьмем данные о угловых координатах Земли и Марса относительно Солнца примерно на 10 лет вперед с частотой в каждый час. Теперь наша программа для каждой угловой координаты Земли φ считает необходимое положение Марса α . Затем, если при сравнении с реальным положение совпадает в пределах погрешности 10^{-4} радиана, то программа находит ΔV и вносит данные в таблицу.

Задача № 3. Посадка космического аппарата на поверхность Марса

Существует два способа совершить посадку с круговой орбиты Марса:

1. Придача дополнительной скорости в направлении, противоположном скорости аппарата (торможение),
2. Придача дополнительной скорости в радиальном направлении.

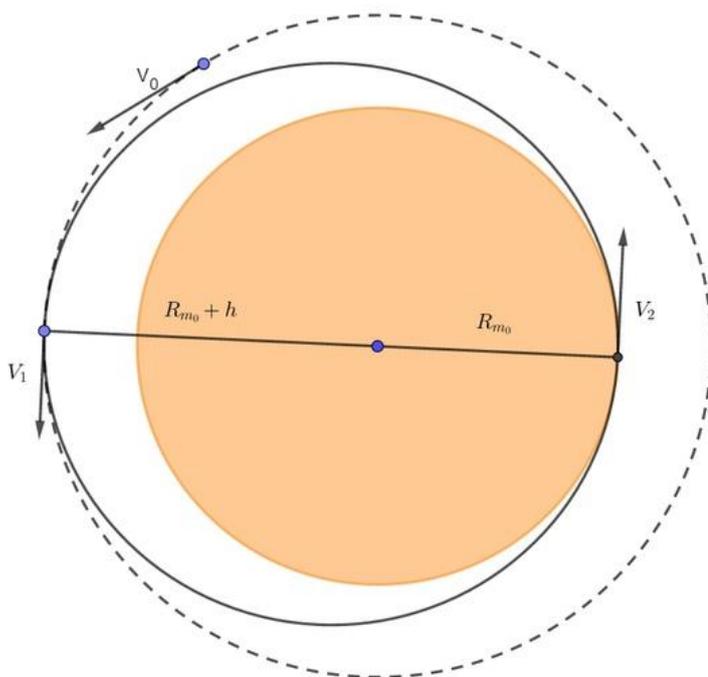
Если после межорбитального перелета космический аппарат попадет на эллиптическую орбиту, то мы сможем перевести его на круговую аналогично тому, как описано в задаче № 1.

Найдем ΔV , которую нужно придать аппарату.

Рассмотрим первый способ:

Пусть V_0 - скорость на круговой орбите Марса, тогда V_1 - скорость в афелии траектории снижения, V_2 - скорость в перигелии траектории снижения (будем считать, что аппарат еще не совершил посадку).

Тогда $V_1 = V_0 - \Delta V$.



По ЗСИ:

$\vec{L} = const$, где \vec{L} - момент импульса.

Пусть L_1 - момент импульса в момент нахождения аппарата в афелии, L_2 - момент импульса в момент нахождения в перигелии.

$$m(R_{m_0} + h)V_1 = mR_{m_0}V_2, \text{ где}$$

m - масса космического аппарата,

h - высота над поверхностью Марса.

Преобразуем, получим:

$$V_2 = V_1 \frac{R_{m_0} + h}{R_{m_0}} \quad (11)$$

По ЗСЭ:

$$E_n = E_k, \text{ где}$$

E_n - суммарная начальная энергия,

E_k - суммарная конечная энергия.

$$E_{p_1} + E_{k_1} = E_{p_2} + E_{k_2}, \text{ где}$$

E_{p_1} - начальная потенциальная энергия,

E_{k_1} - начальная кинетическая энергия,

E_{p_2} - конечная потенциальная энергия,

E_{k_2} - конечная кинетическая энергия.

$$\frac{mV_1^2}{2} - G \frac{mM_m}{R_{m_0} + h} = \frac{mV_2^2}{2} - G \frac{mM_m}{R_{m_0}} \quad (12)$$

Подставим (10) в (11) и преобразуем:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2GM_m R_{m_0}}{(2R_{m_0} + h)(R_{m_0} + h)}}$$

Так как V_0 - скорость на круговой орбите, то из закона движения по окружности:

$$a_n = \frac{V_0^2}{R_{m_0} + h}, \text{ где}$$

a_n - нормальное ускорение.

По второму закону Ньютона:

$$F_{gr} = ma_n, \text{ где}$$

F_{gr} - сила гравитации.

$$G \frac{M_m m}{(R_{m_0} + h)^2} = \frac{mV_0^2}{R_{m_0} + h}, \text{ преобразуем:}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{GM_m}{R_{m_0} + h}}, \quad (13)$$

$$\Delta V = V_0 - V_1 = V_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2R_{m_0}}{2R_{m_0} + h}} \right)$$

откуда

Так как орбита низкая, то $h \ll R_{m_0}$, то

$$\sqrt{\frac{2R_{m_0}}{2R_{m_0} + h}} \approx 1 - \frac{h}{4R_{m_0}}$$

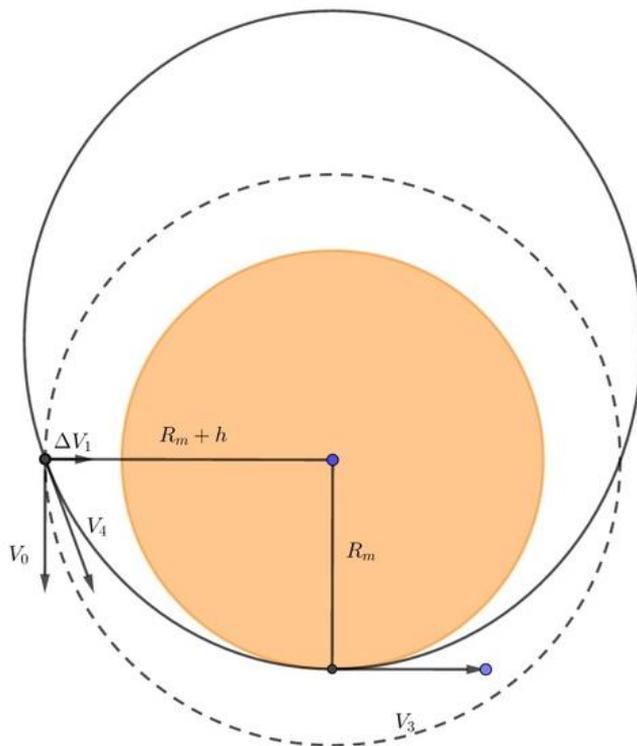
Значит

$$\Delta V = V_0 \frac{h}{4R_{m_0}}. \quad (14)$$

Рассмотрим второй способ:

Пусть V_0 - скорость на орбите Марса, V_4 - скорость в начале траектории снижения, V_3 - скорость в перигелии траектории снижения (будем считать, что аппарат еще не совершил посадку), ΔV_1 - скорость, которую мы придаем аппарату в радиальном направлении, тогда:

$$\vec{V}_4 = \Delta \vec{V}_1 + \vec{V}_0.$$



По ЗСИ:

$$\vec{L} = const, \text{ где } \vec{L} - \text{ момент импульса.}$$

Пусть L_4 - момент импульса в момент нахождения аппарата в начале траектории снижения, L_3 - момент импульса в момент нахождения в перигелии.

$$mV_0(R_{m_0} + h) = mV_3R_{m_0}, \text{ где}$$

m - масса космического аппарата,

h - высота над поверхностью Марса.

Преобразуем, получим:

$$V_3 = V_0 \frac{R_{m_0}}{R_{m_0} + h} \quad (15)$$

По ЗСЭ:

$$E_n = E_k, \text{ где}$$

E_n - суммарная начальная энергия,

E_k - суммарная конечная энергия.

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}, \text{ где}$$

E_{p1} - начальная потенциальная энергия,

E_{k1} - начальная кинетическая энергия,

E_{p2} - конечная потенциальная энергия,

E_{k2} - конечная кинетическая энергия.

$$\frac{m(V_0^2 + \Delta V_1^2)}{2} - G \frac{M_m m}{R_{m_0} + h} = \frac{mV_3^2}{2} - G \frac{M_m m}{R_{m_0}} \quad (16)$$

Подставим (16) в (15) и преобразуем, воспользовавшись (13). Получим:

$$\Delta V_1 = V_0 \frac{h}{R_{m_0}} \quad (17)$$

Сравним (14) и (17).

При посадке космического аппарата торможением (первый способ) требуется дополнительная скорость в 4 раза меньше, чем при применении второго способа. Значит, с точки зрения расхода топлива, первый способ более предпочтителен.

Вывод

В процессе моделирования полета космического аппарата с Земли на Марс были получены следующие результаты:

1. Для вывода космического аппарата на круговую орбиту Земли скорость на высоте 100 км должна быть равна 8533 м/с, дополнительная скорость для перехода на круговую орбиту Земли – 675 м/с.
2. Для полета с орбиты Земли на орбиту Марса ближайшей подходящей датой запуска аппарата является 25.11.2022 года, при этом дополнительная скорость для полета между орбитами составляет 5134 м/с.
3. Оптимальным способом посадки космического аппарата на поверхность Марса является торможение аппарата.
4. Для дальнейшего совершенствования моделирования рекомендуется:
 - траекторию обращения Земли вокруг Солнца представлять в виде эллипса;
 - учитывать силы, действующие на аппарат со стороны атмосферы на высотах от 100 км до 3000 км;
 - учитывать случаи неколлинеарности векторов скорости Земли вокруг Солнца и скорости аппарата вокруг Земли, а также действие земной гравитации на траекторию аппарата в начале полета с орбиты Земли.

Приложение 1

Программа «Моделирование межпланетных перелетов» на Python

```
(top)
1 import pandas as pd
2 import math
3 import numpy as np
4
5 # принимаем эксельку, которую сделали ранее
6 file = 'example.xlsx'
7 xl = pd.ExcelFile(file)
8 df1 = xl.parse('Лист1')
9 table = df1.to_numpy()
10 # сделаем новый массив numpy
11 new_table = np.zeros((87600, 4))
12
13 writer = pd.ExcelWriter('Data.xlsx')
14
15
16 # объявляем константы
17 e = 0.0934 # эксцентриситет марса
18 a = 2.279 * math.pow(10, 11) # главная полуось марса (в м)
19 G = 6.674 * math.pow(10, -11) # гравитационная постоянная (в м^3/(кг*с^2))
20 R_e = 149.6 * math.pow(10, 9) # радиус земли (в м)
21 M_s = 1.989 * math.pow(10, 30) # масса Солнца (в кг)
22 T_e = 365.24 * 3600 * 24 # время вращения земли (секунд)
23 T_m = 68698 * 36 * 24 # время вращения марса (секунд)
24 R = 9371000 # радиус орбиты аппарата вокруг Земли (в м)
25 M_e = 5.97 * math.pow(10, 24) # масса Земли (в кг)
26 R_prot = 62681000000 # расстояние от Земли до Марса во врем противостояния
27
28 S_m = math.sqrt(1 - e * e) * a * math.pi
29 V_s = S_m / T_m # секториальная скорость Марса
30 S_hour = V_s * 3600 # площадь которую замечает Марс за час
31
32
33 # уравнение движения Марса R(alfa)
34 def Rad_of_mars(Tetta):
35     R_Tetta = a * (1 - e * e) / (1 + e * math.cos(Tetta))
36     return R_Tetta
37
38
39 # найдем альфа и фи, от которого будем отсчитывать
40 cos_fi_real = (a * (1 - e * e) - (R_e + R_prot)) / (e * (R_e + R_prot))
41 fi_real = math.acos(cos_fi_real)
42 alfa = fi_real
43 fi = fi_real
44 Delta_fi = 2 * math.pi / 8765.8 # сколько проходит Земля за час
45
46 for i in range(87600):
47     # для каждого часа находим новое взаимное расположение Земли и Марса
48     S = S_hour
49     dBetta = 0.0001
50     Betta = 0
51     R2 = Rad_of_mars(alfa)
52     while S > 0:
53         R1 = R2
54         R2 = Rad_of_mars(alfa + Betta + dBetta)
55         S -= R1 * R2 * dBetta / 2
56         Betta += dBetta
57     alfa += Betta
58     fi += Delta_fi
59     fi %= math.pi*2
60     alfa %= math.pi*2
61     new_table[i][0] = fi
62     new_table[i][1] = alfa
63
64 # найдем из сделанной ранее таблицы угол фи, который подходит по реальному фи
65 l = 0
66 r = 62830
67 flag = False
68 while l <= r and flag is not True:
69     mid = (l + r) // 2
70     if table[mid][1] == fi:
71         flag = True
72     elif table[mid][1] > fi:
73         r = mid - 1
74     else:
75         l = mid + 1
76     new_table[i][2] = table[mid][2]
77     if math.fabs(new_table[i][1] - new_table[i][2]) <= 0.001:
78         new_table[i][3] = table[mid][3]
79
80 D_f = pd.DataFrame(new_table)
81 D_f.to_excel(writer, 'Лист1')
82 writer.save()
```

Дополнение к приложению 1

Программа, создающая файл Excel, необходимый для работы программы «Моделирование межпланетных перелетов»

```
(bottom)
1 import pandas as pd
2 import math
3 import numpy as np
4
5 # создаем файл Excel (туда будем закидывать все данные)
6 file = 'example.xlsx'
7 xl = pd.ExcelFile(file)
8 df1 = xl.parse('Лист1')
9
10 writer = pd.ExcelWriter('example.xlsx')
11
12 # создадим массив numpy, чтобы закинуть туда зависимость альфа от фи
13 # (потом перекинем ее в файл Excel)
14 table = np.zeros((62831, 3))
15
16 # объявляем константы
17 e = 0.0934 # эксцентриситет марса
18 a = 2.279 * math.pow(10, 11) # главная полуось марса (в м)
19 G = 6.674 * math.pow(10, -11) # гравитационная постоянная (в м^3/(кг*с^2))
20 R_e = 149.6 * math.pow(10, 9) # радиус земли (в м)
21 M_s = 1.989 * math.pow(10, 30) # масса Солнца (в кг)
22 T_e = 365.24 * 3600 * 24 # время вращения земли (секунд)
23 T_m = 68698 * 36 * 24 # время вращения марса (секунд)
24 R = 9371000 # радиус орбиты аппарата вокруг Земли (в м)
25 M_e = 5.97 * math.pow(10, 24) # масса Земли (в кг)
26
27 S_m = math.sqrt(1 - e * e) * a * math.pi
28 V_s = S_m / T_m
29 print(V_s)
30 print(S_m)
31
32
33 # уравнение движения Марса R(alfa)
34 def Rad_of_mars(alfa):
35     R_alfa = a * (1 - e * e) / (1 + e * math.cos(alfa))
36     return R_alfa
37
38
39 V_rel_e = math.sqrt(G * M_e / R) # скорость аппарата относительно Земли
40 V_e = math.sqrt(G * M_s / R_e)
41 i = 0
42 for fi in np.arange(0, 6.2831, 0.0001):
43     table[i][0] = fi
44
45 # тут мы вычисляем все необходимое: время полета (T); площадь, замечаемая
46 # радиус-вектором марса за это время (S)
47 R_m = Rad_of_mars(fi + math.pi)
48 a_p = R_e + R_m
49 T_p = T_e * math.sqrt(a_p * a_p / (8 * R_e * R_e * R_e)) / 2
50 S = V_s * T_p
51
52 delta_V = (math.sqrt(2 * G * (M_s / R_e + M_e / R - M_s / R_m)) * R_m * R_m / (R_m * R_m - R_e * R_e)) - V_e)
53
54 table[i][2] = delta_V
55
56 # приближенно интегрируем по углу
57 dBetta = 0.0001
58 Betta = 0
59 R2 = Rad_of_mars(math.pi + fi)
60 j = 0
61 while S > 0:
62     #print(j)
63     #j += 1
64     R1 = R2
65     R2 = Rad_of_mars(math.pi + fi - Betta - dBetta)
66     #print(R1, ' ', R2)
67     S -= R1 * R2 * dBetta / 2
68     Betta += dBetta
69     table[i][1] = (math.pi + fi - Betta) % (2 * math.pi)
70     i += 1
71 D_f = pd.DataFrame(table)
72 D_f.to_excel(writer, 'Лист1')
73 writer.save()
```

Приложение 2

Таблица данных «Моделирование межпланетных перелетов» Excel

Наиболее подходящие даты для полета с орбиты Земли на орбиту Марса:

	A	B	C	D	E	F
1		время	Реальный угол Земли в это время	Реальный угол марса в это время	ожидаемый угол Марса в это время	дельта V, которое нужно для маневра (или ноль если C и D не совпадают)
2	42663	26.08.2025 17:00	6,2609009	0,651413047	0,652207346	5450,052567
3	42662	26.08.2025 16:00	6,260184116	0,650913047	0,651007346	5450,045534
4	42661	26.08.2025 15:00	6,259467332	0,650413047	0,650107346	5450,039176
5	87304	29.09.2030 18:00	0,559744212	1,458557125	1,457592654	5392,119576
6	87305	29.09.2030 19:00	0,560460996	1,458957125	1,458592654	5391,961824
7	87306	29.09.2030 20:00	0,56117778	1,459357125	1,459392654	5391,843393
8	87307	29.09.2030 21:00	0,561894564	1,459757125	1,460392654	5391,705095
9	18540	25.11.2022 14:00	1,536290752	2,610883661	2,610092654	5134,082709
10	18541	25.11.2022 15:00	1,537007536	2,611283661	2,610792654	5133,901965
11	18542	25.11.2022 16:00	1,53772432	2,611683661	2,611592654	5133,695491
12	18543	25.11.2022 17:00	1,538441104	2,612083661	2,612292654	5133,5407
13	18544	25.11.2022 18:00	1,539157888	2,612483661	2,613092654	5133,334395
14	18545	25.11.2022 19:00	1,539874672	2,612883661	2,613692654	5133,179731
15	63747	22.01.2028 5:00	2,524019123	3,49892774	3,497992654	4979,967157
16	63748	22.01.2028 6:00	2,524735907	3,49932774	3,498592654	4979,923851
17	63749	22.01.2028 7:00	2,525452691	3,49972774	3,499192654	4979,88604
18	63750	22.01.2028 8:00	2,526169475	3,50012774	3,499692654	4979,853692
19	63751	22.01.2028 9:00	2,526886259	3,50052774	3,500292654	4979,810647
20	63752	22.01.2028 10:00	2,527603043	3,50092774	3,500992654	4979,767701
21	63753	22.01.2028 11:00	2,528319827	3,50132774	3,501492654	4979,730204
22	63754	22.01.2028 12:00	2,529036611	3,50172774	3,501992654	4979,698125
23	63755	22.01.2028 13:00	2,529753395	3,50212774	3,502592654	4979,660769
24	63756	22.01.2028 14:00	2,530470179	3,50252774	3,503192654	4979,618169
25	63757	22.01.2028 15:00	2,531186963	3,50292774	3,503792654	4979,580974

Список использованной литературы:

1. <http://aphorism-citation.ru/index/0-567>
2. Википедия
<https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BB%D0%BB%D0%B8%D0%BF%D1%81>
3. Данные о положениях планет
<https://abakbot.ru/online-6/90-mars>
4. Кириченко Н. А., Крымский К. М. Общая физика. Механика: учеб, пособие. Стр.33